

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ №1

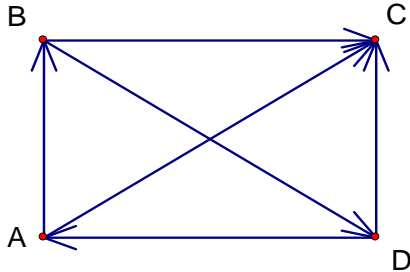
ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ

Понятие вектора

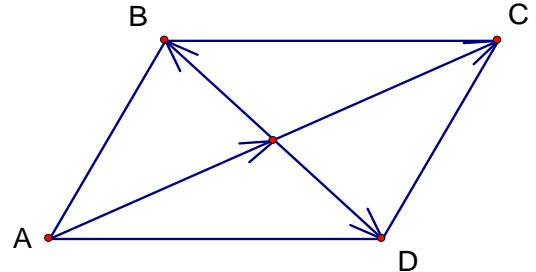
Равенство векторов.

Задание 1. Найдите на этом рисунке равные векторы

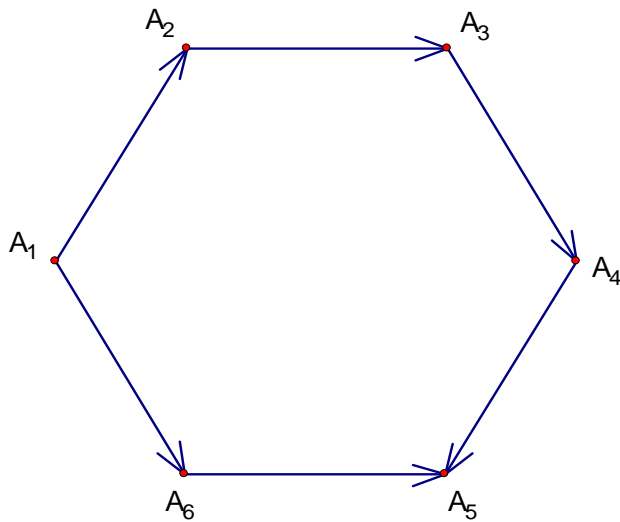
1. ABCD – прямоугольник



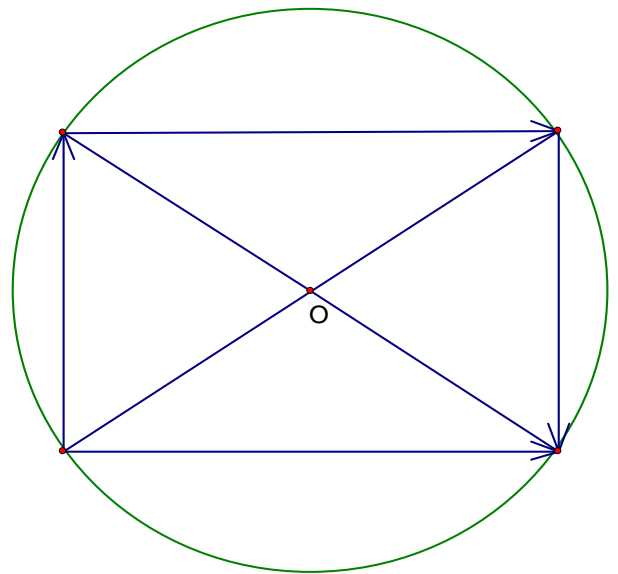
2. ABCD – параллелограмм



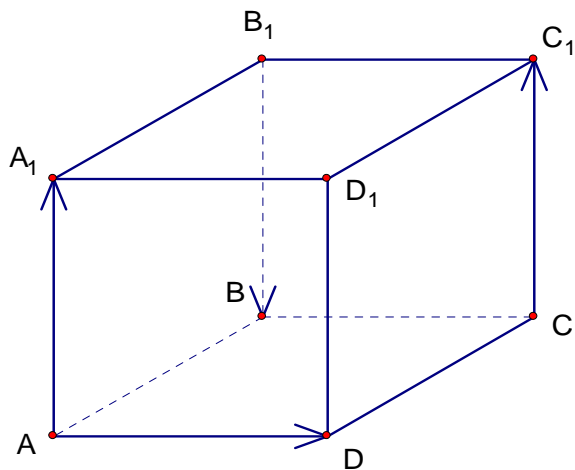
3. $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ – правильный шестиугольник



4.

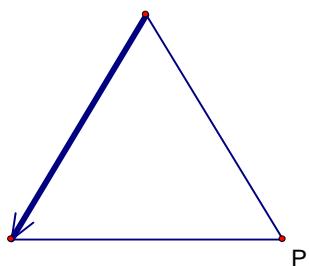


5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб

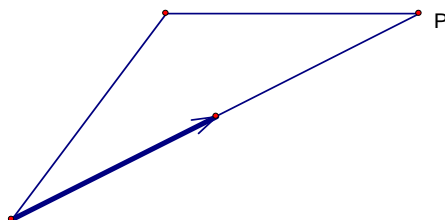


Задание 2. Нарисуйте вектор с началом в точке P , равный выделенному.

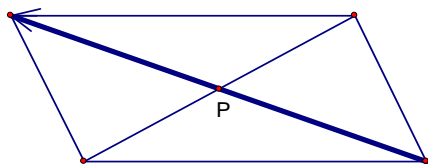
1.



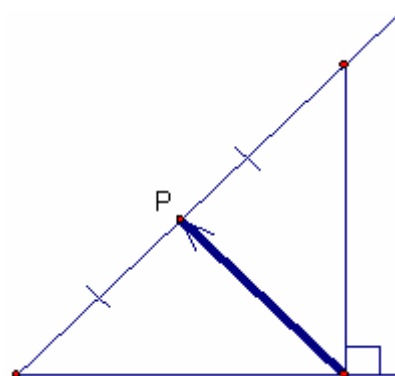
2.



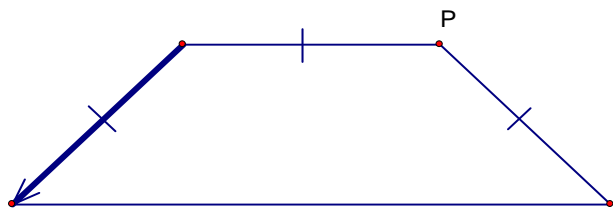
3.



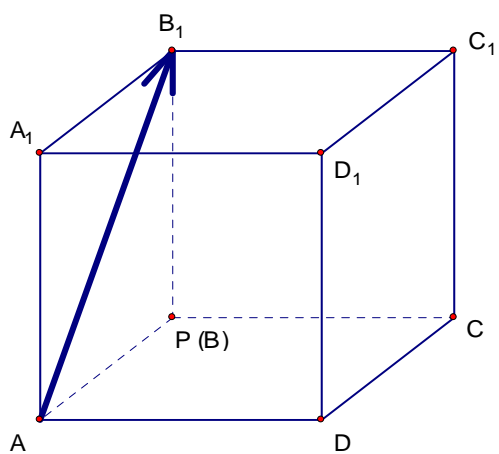
4.



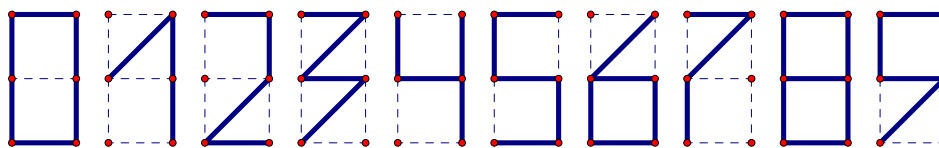
5.



6.



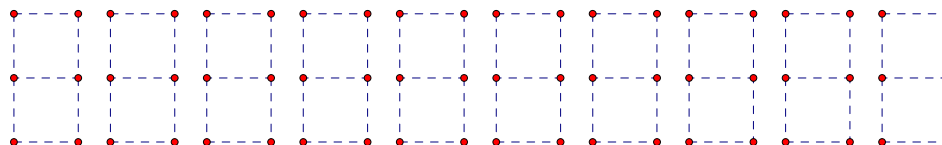
Игровой сюжет. На рисунке изображены цифры, как они записываются на почтовых конвертах для их качественного автоматического распознавания простыми средствами.



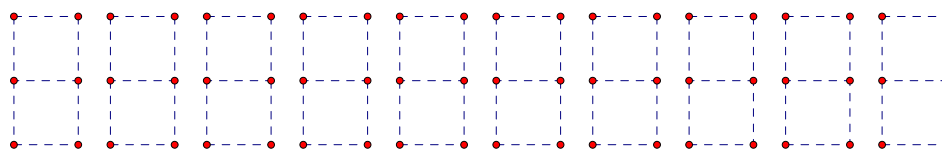
Отрезки, из которых составлены цифры (концы их отмечены точками) можно превратить в направленные отрезки, задав стрелочкой направление. Эти направленные отрезки будут изображать векторы.

Задание 3. Викторина.

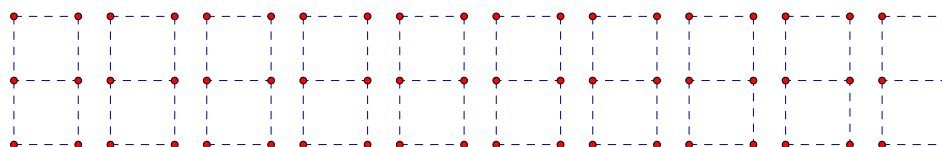
1. Сколько различных векторов изображают эти отрезки? Нарисуйте ниже по одному направленному отрезку для каждого вектора.



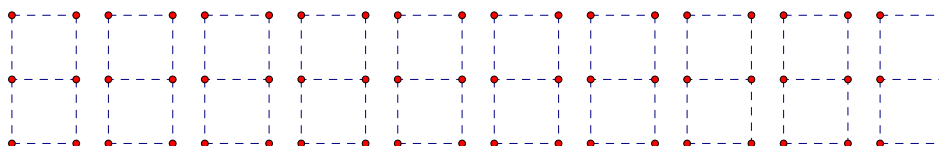
2. Сколько различных векторов можно изобразить на каждой из цифр, если направленные отрезки, изображающие эти вектора, не «накладываются» друг на друга, то есть общими их частями могут быть только точки? Какие из цифр позволяют изобразить наибольшее количество различных векторов?



3. Сколько пар противоположных векторов можно изобразить на каждой из цифр при тех же условиях? Какие из цифр позволяют изобразить наименьшее количество различных пар противоположных векторов?



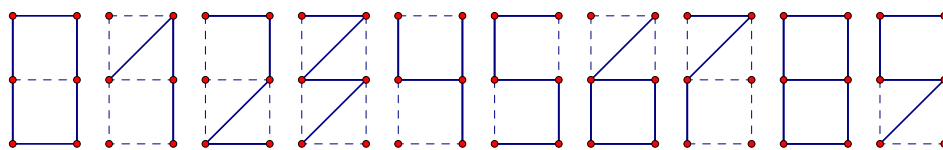
4. Сколько пар векторов, лежащих на одной прямой, можно изобразить на каждой из цифр при оговоренных в п.2 условиях? Какие из цифр позволяют изобразить наименьшее количество таких пар? Наибольшее?



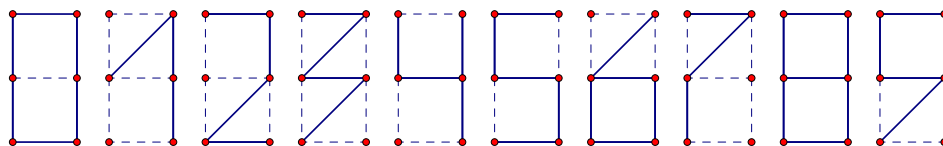
Задание 4. Игры с двумя участниками.

Игра 1. За один ход можно выбрать любые два отрезка и нарисовать на них стрелочки так, чтобы превратить их в противоположно направленные. Проигрывает тот, кто не сможет найти такую пару. Кто выигрывает в этой игре: игрок, делающий первый ход или второй? Обоснуйте свой ответ.

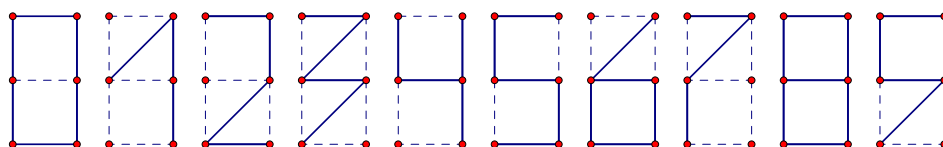
Пробная партия.



Партия 1.

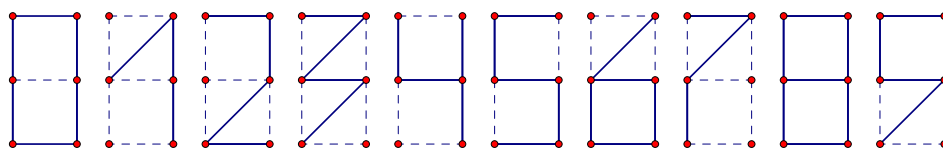


Партия 2.

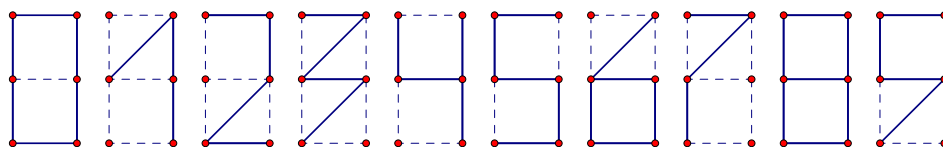


Игра 2. За один ход можно выбрать любые два отрезка и нарисовать на них стрелочки так, чтобы превратить они изображали один вектор. Дважды использовать один вектор нельзя. Проигрывает тот, кто не сможет найти пару, изображающую новый вектор. Кто выигрывает в этой игре: игрок, делающий первый ход или второй? Обоснуйте свой ответ.

Партия 1.

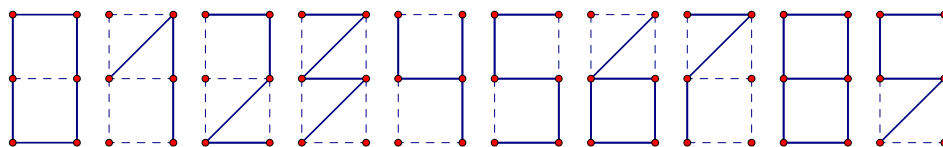


Партия 2.

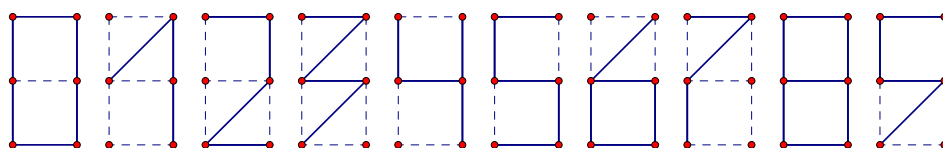


Игра 3. Первый игрок выбирает два отрезка с общим концом и рисует на них стрелочки, исходящие из общей вершины. Этим он определяет угол. Противник должен выбрать любые два отрезка и превратить их в направленные так, чтобы угол между векторами, которые ими определяются, был равен углу, заданному первым игроком. Затем игроки меняются ролями. Дважды использовать одни отрезки нельзя. Проигрывает тот, кто не сможет найти пару, изображающую заданный угол.

Партия 1.



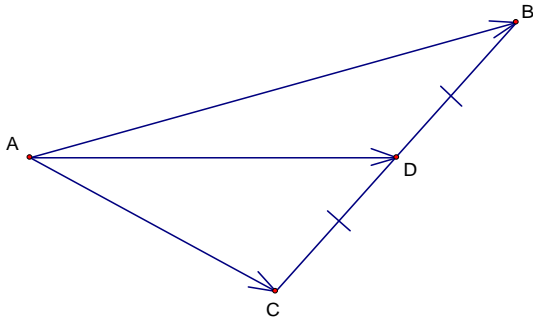
Партия 2.



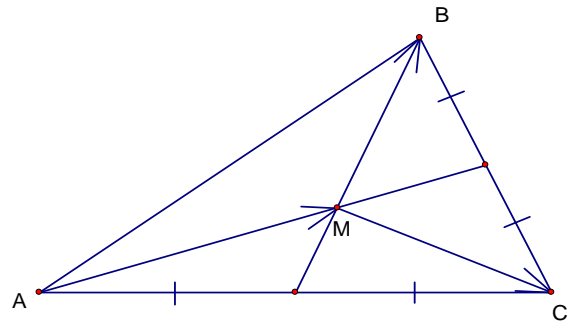
Сложение векторов

Задание 5. Проверьте равенство векторов

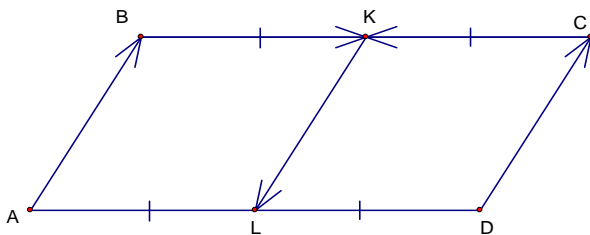
1. $\vec{a} = \vec{AB} + \vec{AC}$
 $\vec{b} = 2\vec{AD}$



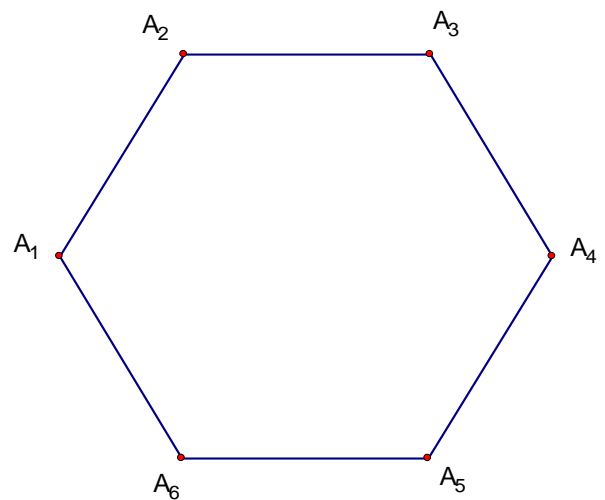
2. $\vec{a} = \vec{AM}$
 $\vec{b} = \vec{MB} + \vec{MC}$



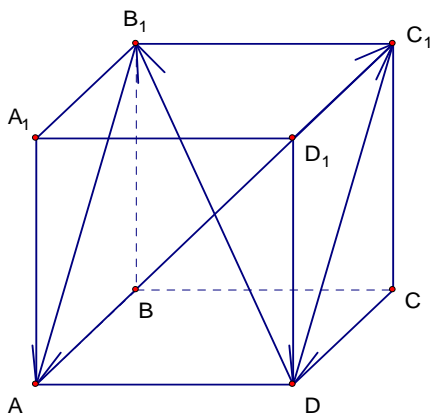
3. $\vec{a} = \vec{AB} + \vec{BK} + \vec{KL}$
 $\vec{b} = \vec{LK} + \vec{KC} + \vec{CD}$



4. $\vec{a} = \vec{A_1A_2} + \vec{A_6A_5} + \vec{A_1A_6}$
 $\vec{b} = \vec{A_2A_4} + \vec{A_6A_2} + \vec{A_1A_6}$

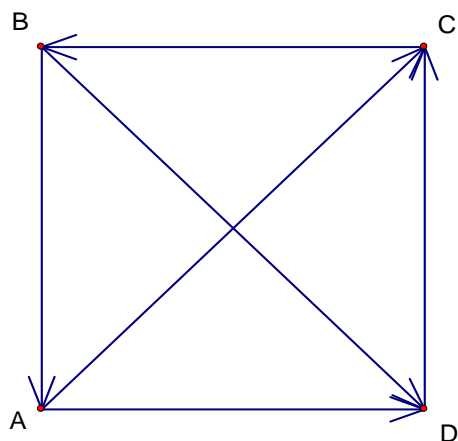


5. $\vec{a} = \vec{AC_1} + \vec{B_1A} + \vec{DB_1} \quad (\vec{AB_1})$
 $\vec{b} = \vec{DB_1} + \vec{C_1D} + \vec{AC_1} \quad (\vec{DC_1})$

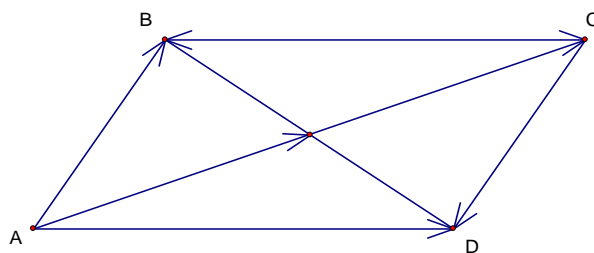


Задание 6. На каждом рисунке найдите вектор, который является суммой двух других.

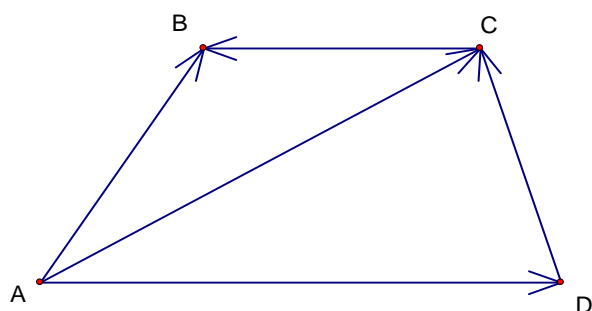
1. $ABCD$ – квадрат.



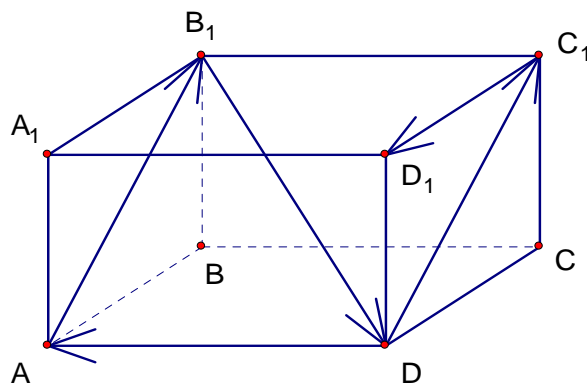
2. $ABCD$ – параллелограмм



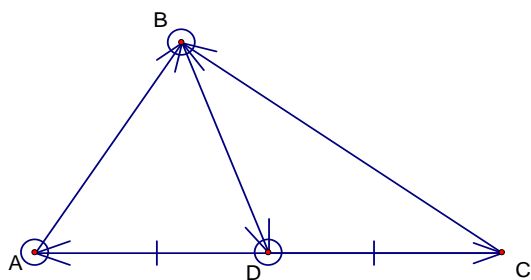
3. $ABCD$ – трапеция



4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед.

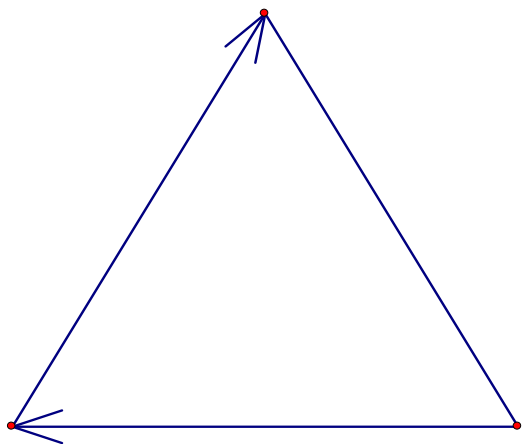


5.

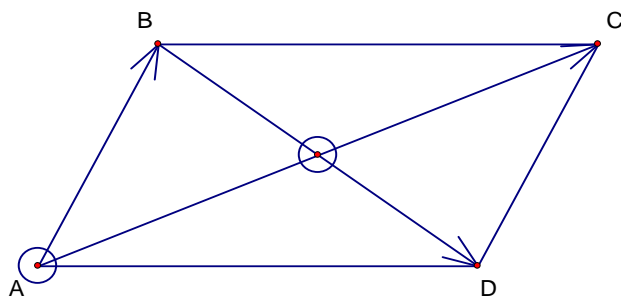


Задание 7. Дорисуйте (поставьте стрелку) так, чтобы один из векторов был суммой других

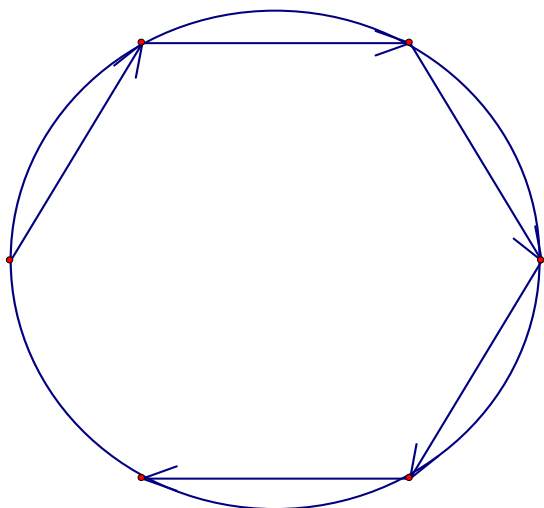
1.



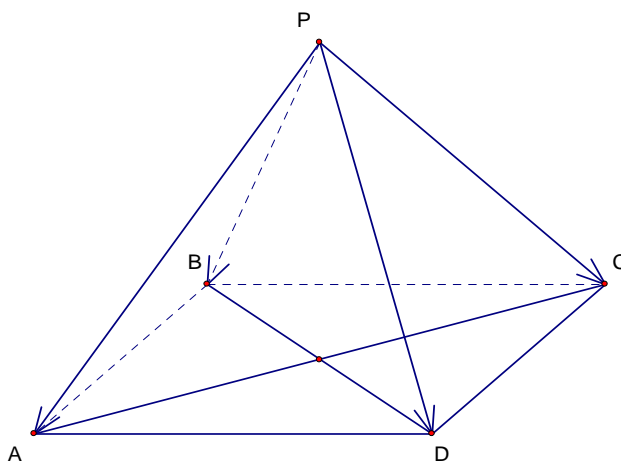
2. ABCD – параллелограмм (кружками обведены начала векторов)



3.

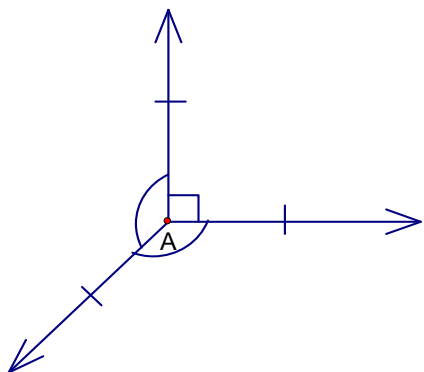


4. PABCD – правильная четырехугольная пирамида

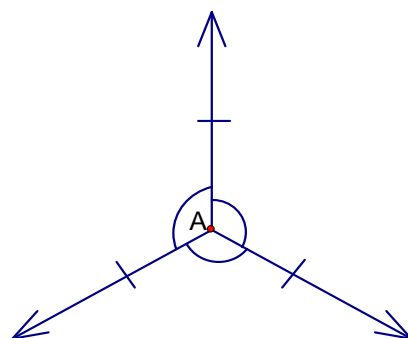


Задание 8. Найдите сумму векторов и отложите ее от отмеченной точки A.

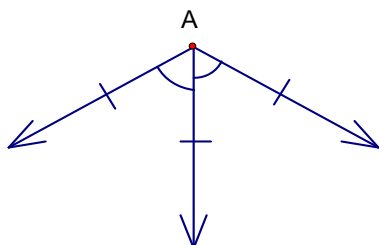
1.



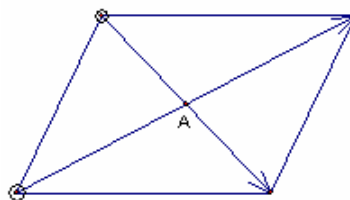
2.



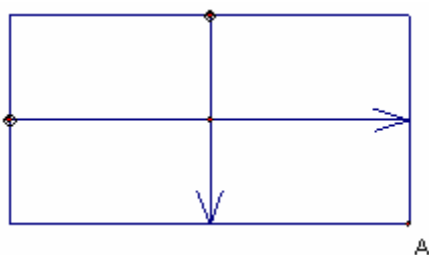
3. Отмеченные углы равны 60°



4. ABCD – параллелограмм (кружками обведены начала векторов)

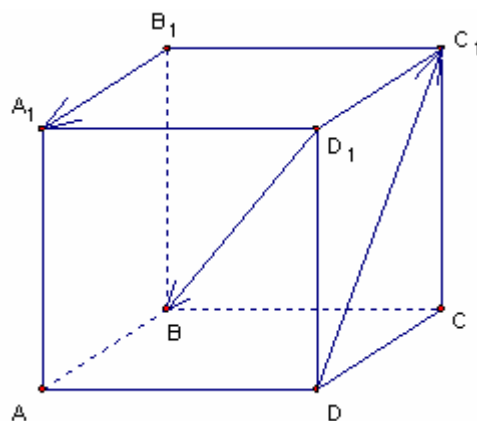


5.



(кружками обведены начала векторов)

6.



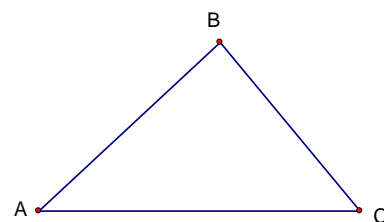
Задание 9. Нарисуйте суммы векторов и отложите результирующие векторы от выделенной точки.

1.

а) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ от A.

б) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$ от A.

в) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$ от A.

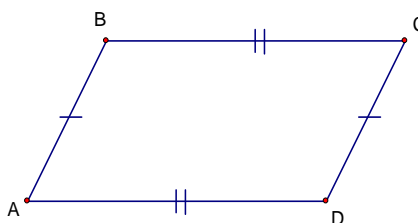


2.

а) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$ от A.

б) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ от A.

в) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ от A.



3.

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ от A.

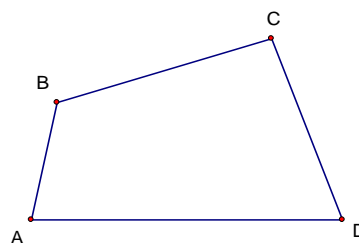
б) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$ от B.

в) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$ от C.

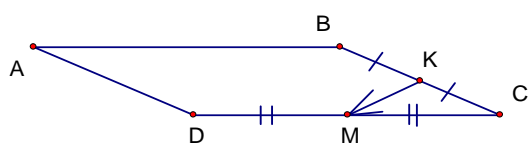
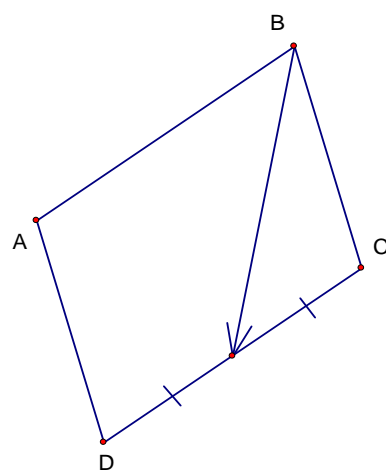
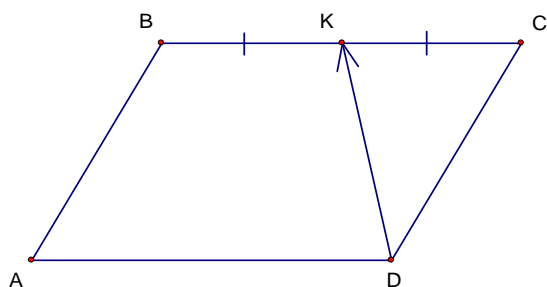
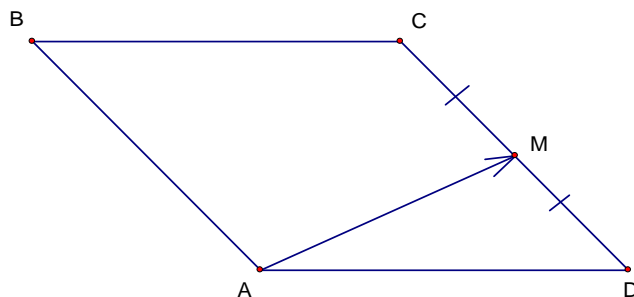
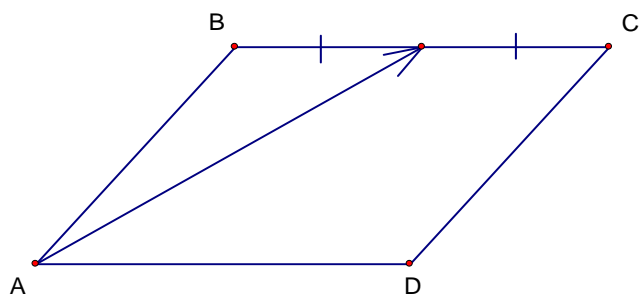
г) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB}$ от A.

д) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$ от B.

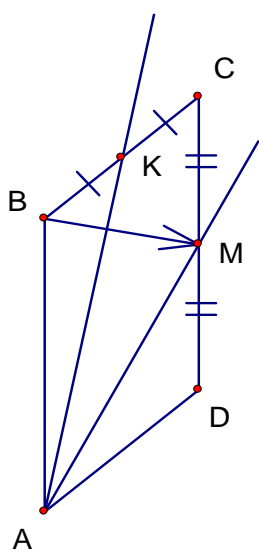
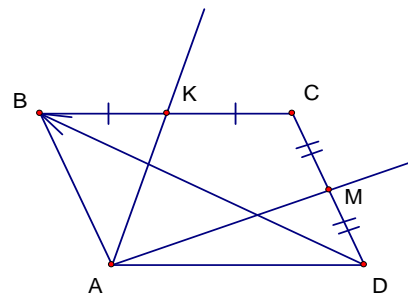
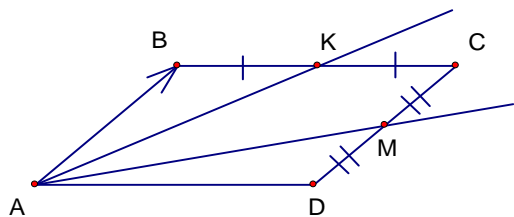
е) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$ от D.



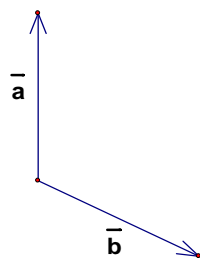
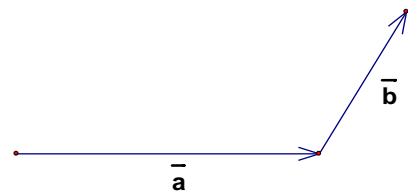
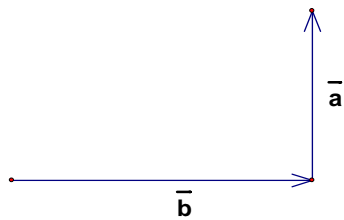
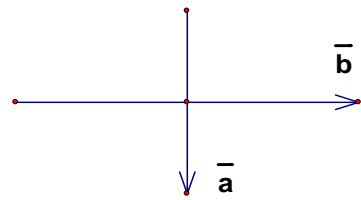
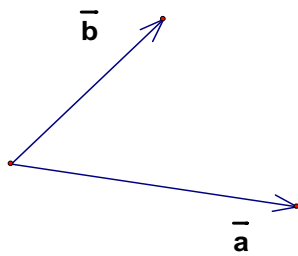
Задание 10. Нарисуйте составляющие отмеченного вектора по прямым AB и AD .
 $ABCD$ – параллелограмм.



Задание 11. Нарисуйте составляющие заданного на рисунке вектора по прямым АК и АМ.
 $ABCD$ – параллелограмм.

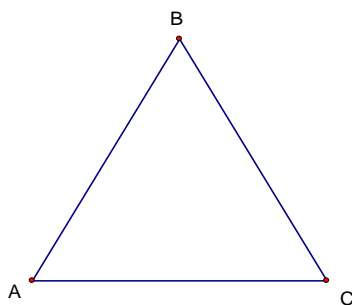


Задание 12. На этом рисунке вектор \vec{a} – сумма, и \vec{b} – одна из его составляющих. Нарисуйте другую.

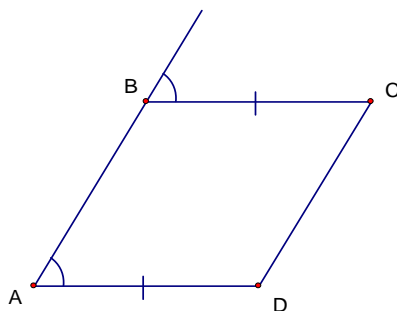


Задание 13. Нарисуйте разность векторов и отложите ее от указанной точки.

1. а) $\overline{AC} - \overline{AB}$ от A; б) $\overline{AB} - \overline{AC}$ от B; в) $\overline{BA} - \overline{CB}$ от C
 г) $\overline{BA} - \overline{AC}$ от A; д) $\overline{BA} - \overline{CA}$ от B



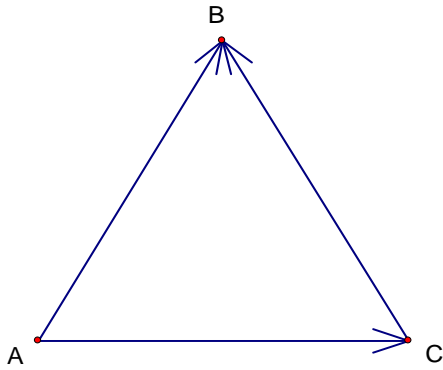
2. а) $\overline{AB} - \overline{AD}$ от D; б) $\overline{CB} - \overline{BA}$ от A; в) $\overline{CB} - \overline{DA}$ от B
 г) $\overline{CB} - \overline{AD}$ от C; д) $\overline{DB} - \overline{DA}$ от D; е) $\overline{AC} - \overline{BD}$ от B



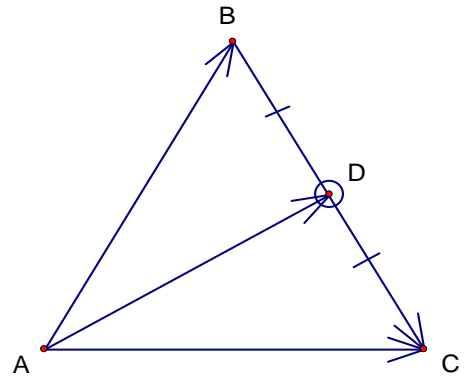
Вычитание векторов

Задание 1. На каждом рисунке найдите вектор, который является разностью двух других векторов.

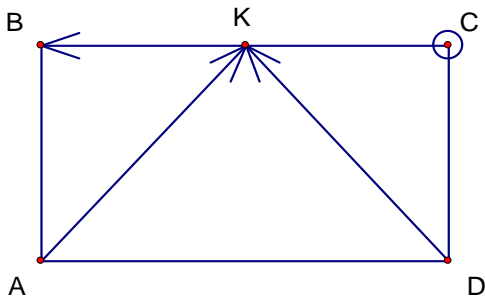
1.



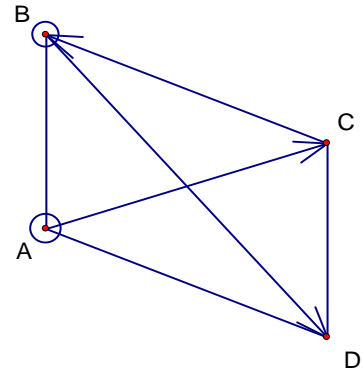
2.



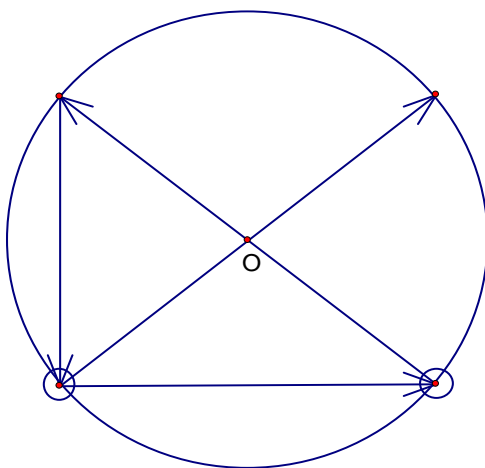
3. ABCD – прямоугольник



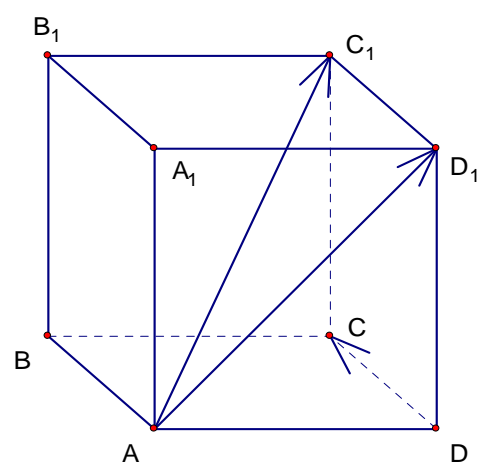
4. ABCD – параллелограмм



5.

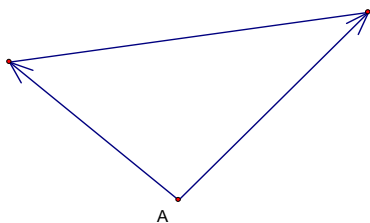


6.

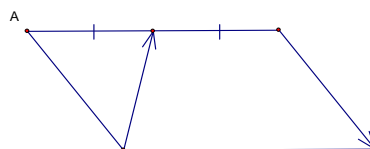


Задание 2. Нарисуйте векторы разности двух данных векторов (в разном порядке) и отложите их от указанной точки.

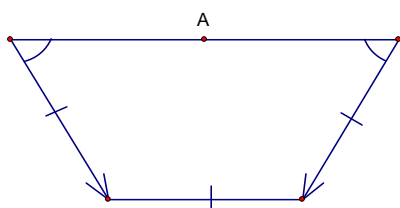
1. Отложите векторы от точки A.



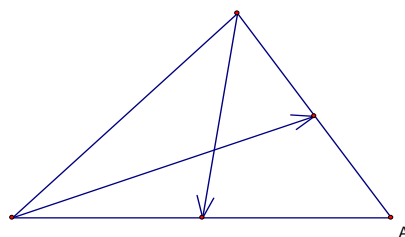
2. Отложите векторы от точки A.



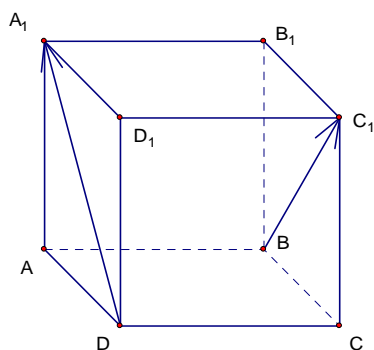
3. Отложите векторы от точки A. Отмеченный угол равен 60° .



4. Отложите векторы от точки A.

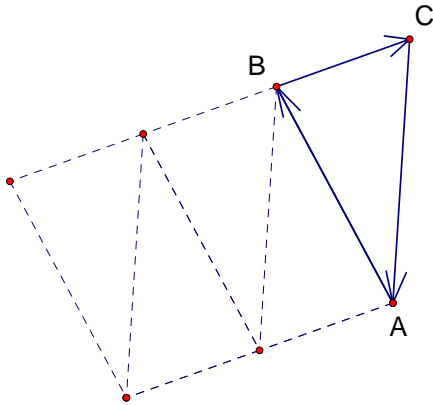


5. Отложите векторы от точки D_1 .

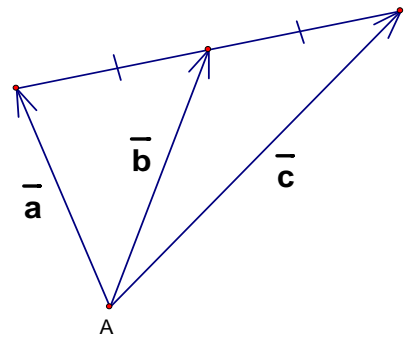


Задание 3. Нарисуйте вектор $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ и отложите его от точки A.

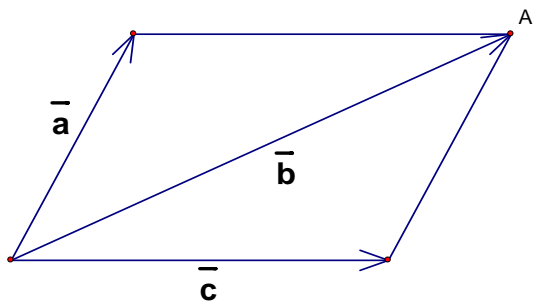
1. $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{BC}, \vec{c} = \overrightarrow{CA}$



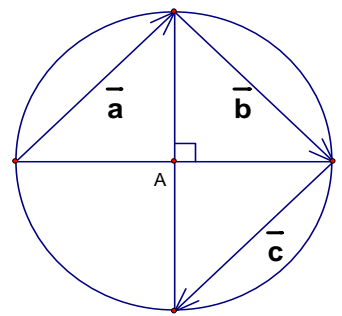
2.



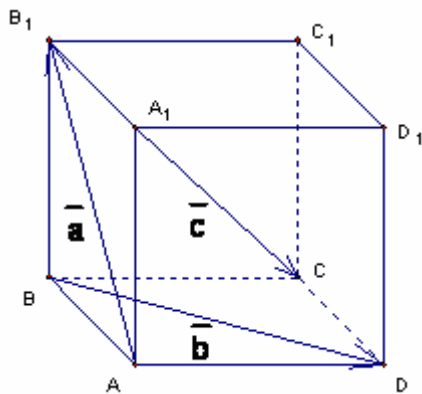
3.



4.



5.

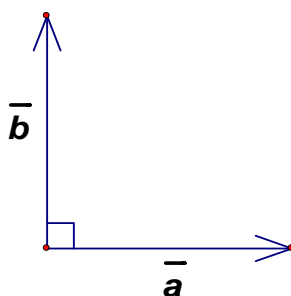


Умножение вектора на число

Задание 1. Векторы \vec{a} и \vec{b} показаны на рисунке. Постройте

- 1) $2\vec{a} + \vec{b}$; 2) $2\vec{a} - \vec{b}$; 3) $-2\vec{a} + \vec{b}$; 4) $-2\vec{a} - \vec{b}$

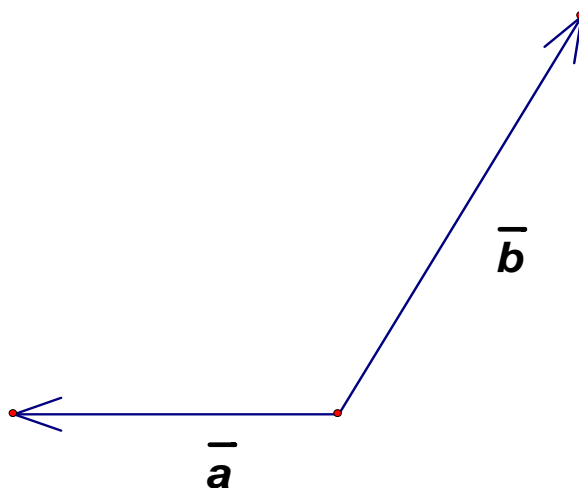
Какой из построенных векторов самый длинный?



Задание 2. Векторы \vec{a} и \vec{b} показаны на рисунке. Постройте

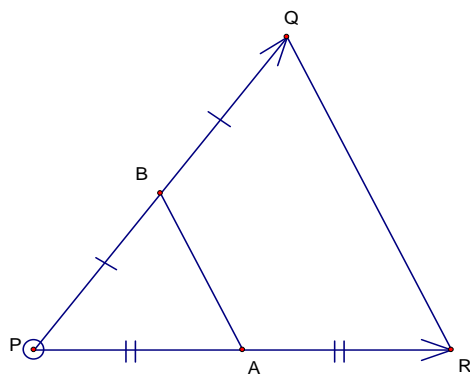
- 1) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$; 2) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$; 3) $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$; 4) $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

Какой из построенных векторов самый короткий?

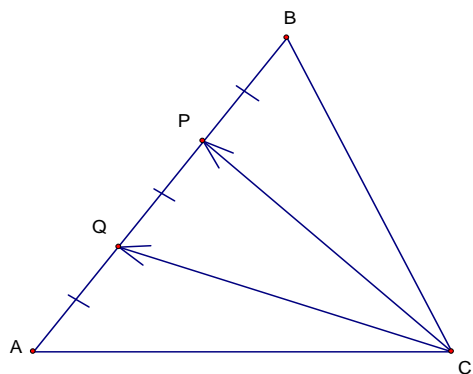


Задание 3. Выразите как линейную комбинацию

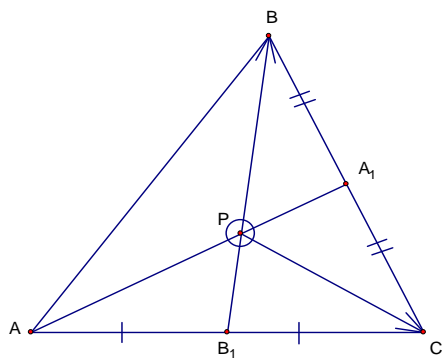
1. \overrightarrow{AB} через \overrightarrow{PQ} и \overrightarrow{PR}



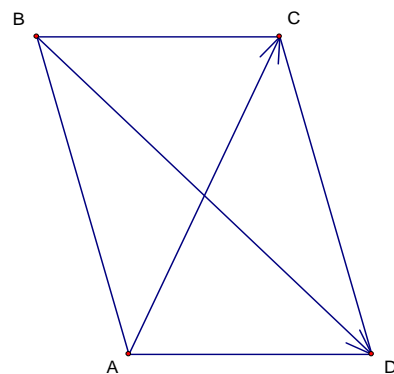
2. а) \overrightarrow{CP} через \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC}
 б) \overrightarrow{AB} через \overrightarrow{CP} и \overrightarrow{CQ}



3. \overrightarrow{PA} через \overrightarrow{PB} и \overrightarrow{PC}

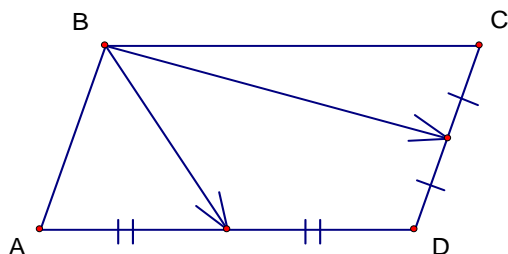


4. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} через \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BD}
 (ABCD – параллелограмм)

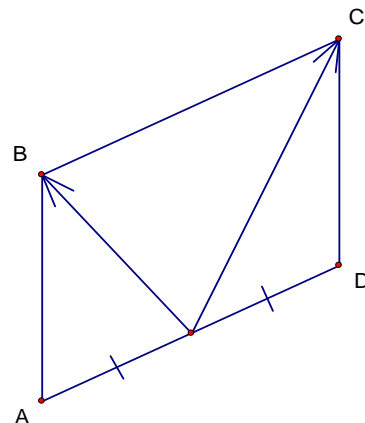


Задание 3 (продолжение). Выразите как линейную комбинацию

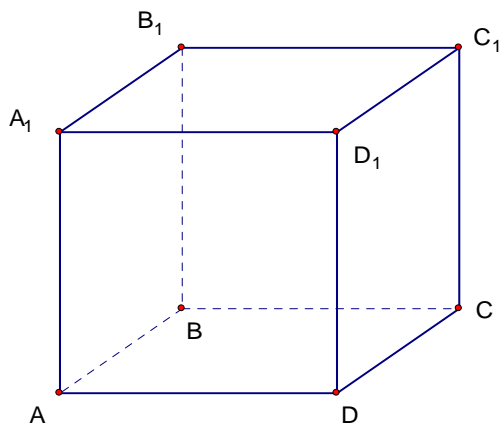
5. а) \overline{BP} и \overline{BQ} через \overline{BA} и \overline{BC}
 б) \overline{DA} и \overline{DC} через \overline{BP} и \overline{BQ}
 (ABCD – параллелограмм)



6. \overline{CD} и \overline{DA} через \overline{KB} и \overline{KC}
 (ABCD – параллелограмм)



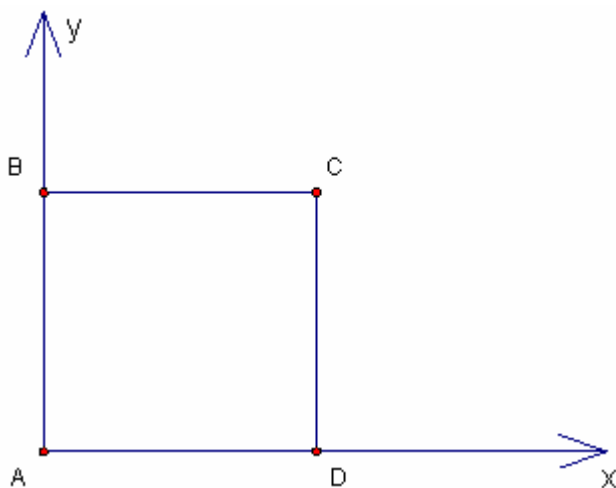
7. а) $\overline{DB_1}$ через \overline{DA} , \overline{DC} , $\overline{DD_1}$
 б) $\overline{BD_1}$ через \overline{BD} , $\overline{BA_1}$, $\overline{BC_1}$
 (ABCD₁B₁C₁D₁ – куб)



Координаты точек

Задание 1. Каковы координаты вершин единичного квадрата в указанной системе координат?

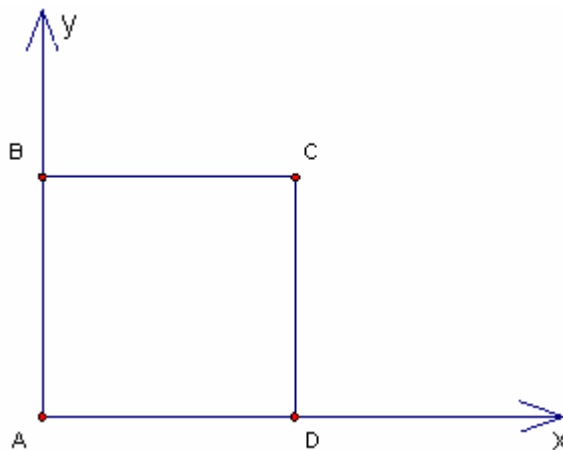
1.



A(;) B(;)

C(;) D(;)

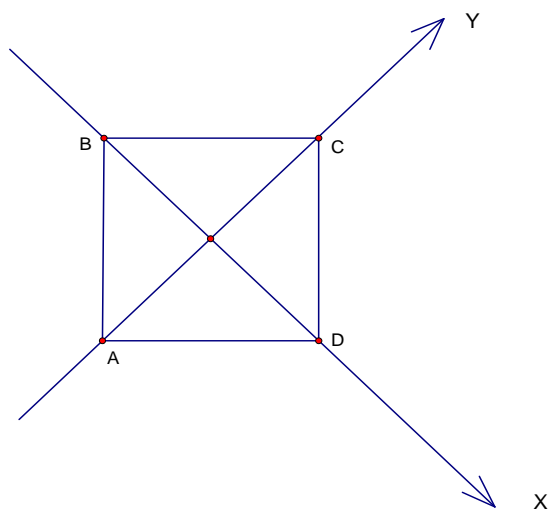
2.



A(;) B(;)

C(;) D(;)

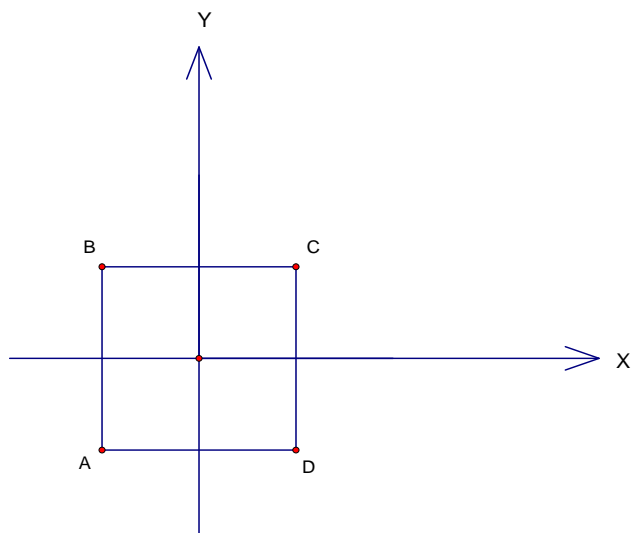
3.



A(;) B(;)

C(;) D(;)

4.

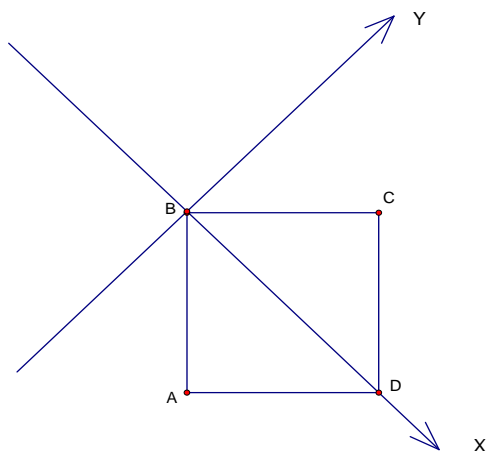


A(;) B(;)

C(;) D(;)

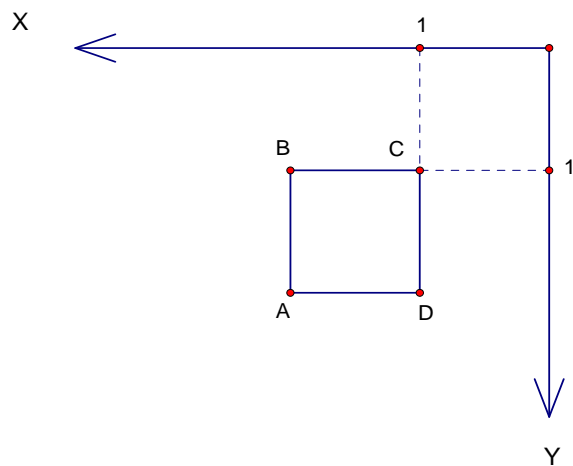
Задание 1 (продолжение). Каковы координаты вершин единичного квадрата в указанной системе координат?

5.



A(;) B(;)
C(;) D(;)

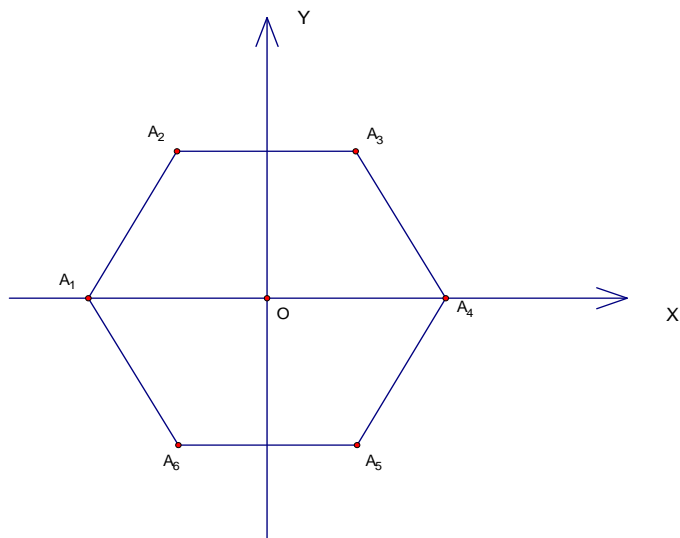
6.



A(;) B(;)
C(;) D(;)

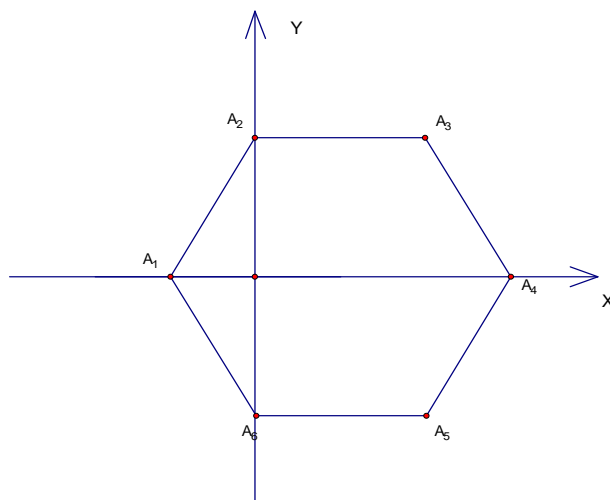
Задание 2. $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$ - правильный шестиугольник. O – его центр. Каковы координаты вершин правильного шестиугольника в указанной системе координат?

1.



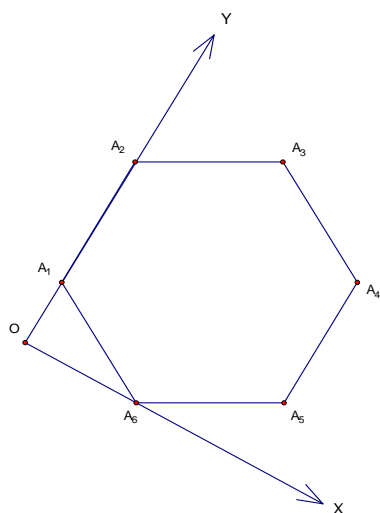
$A_1(\quad ; \quad)$ $A_2(\quad ; \quad)$
 $A_3(\quad ; \quad)$ $A_4(\quad ; \quad)$
 $A_5(\quad ; \quad)$ $A_6(\quad ; \quad)$

2.



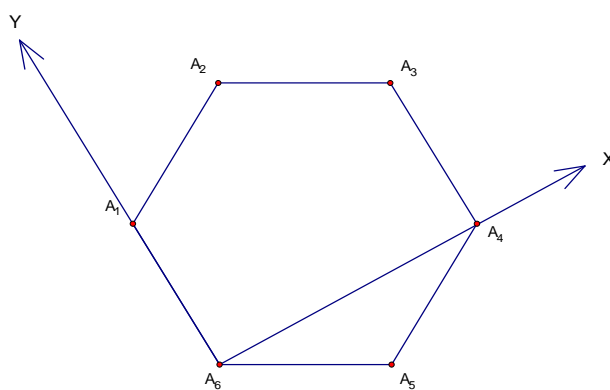
$A_1(\quad ; \quad)$ $A_2(\quad ; \quad)$
 $A_3(\quad ; \quad)$ $A_4(\quad ; \quad)$
 $A_5(\quad ; \quad)$ $A_6(\quad ; \quad)$

3.



$A_1(\quad ; \quad)$ $A_2(\quad ; \quad)$
 $A_3(\quad ; \quad)$ $A_4(\quad ; \quad)$
 $A_5(\quad ; \quad)$ $A_6(\quad ; \quad)$

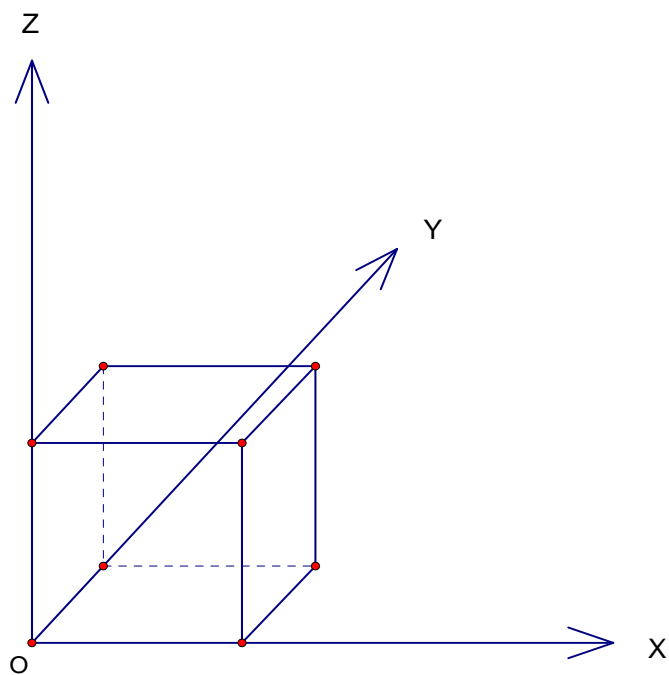
4.



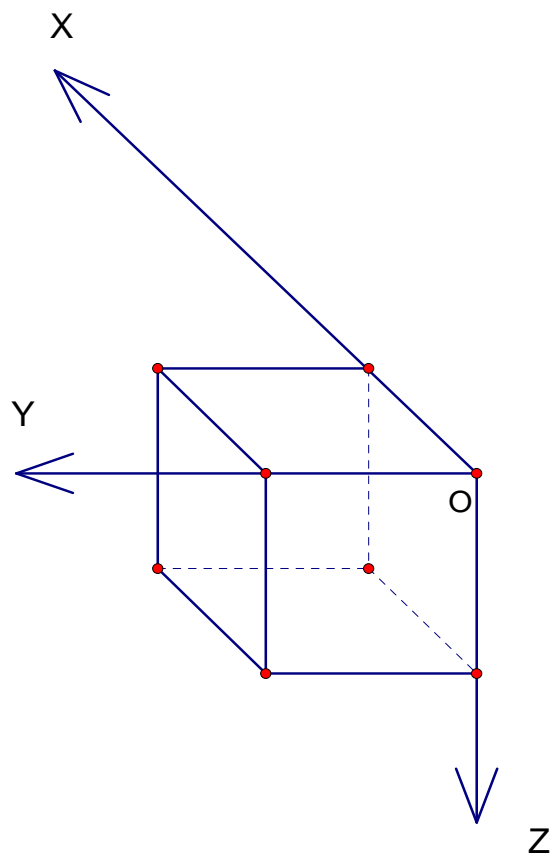
$A_1(\quad ; \quad)$ $A_2(\quad ; \quad)$
 $A_3(\quad ; \quad)$ $A_4(\quad ; \quad)$
 $A_5(\quad ; \quad)$ $A_6(\quad ; \quad)$

Задание 3. Каковы координаты вершин куба в указанной системе координат?

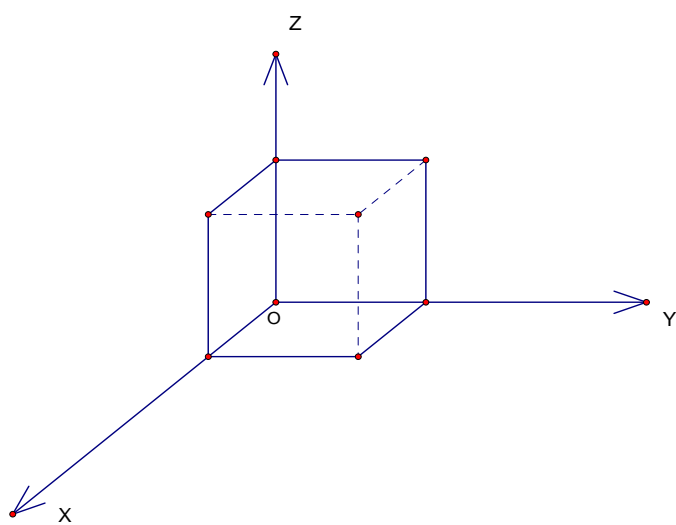
1.



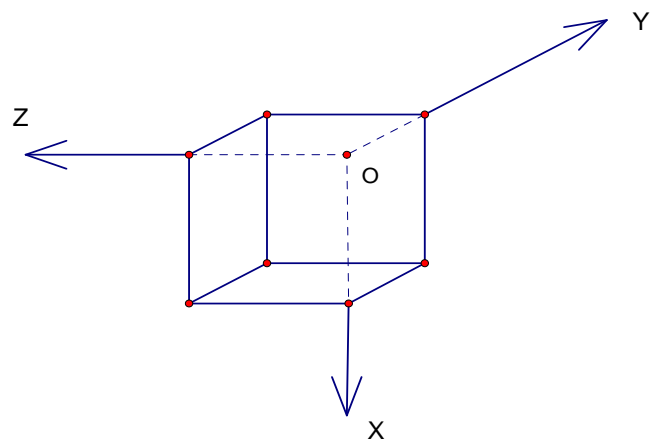
2.



3.



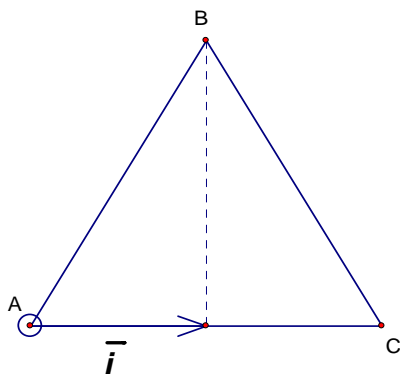
4.



Координаты вектора

Задание 1. Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} , если треугольник ABC равносторонний, а базис состоит из векторов \bar{i} и \bar{j} , причём вектор \bar{j} получается из вектора \bar{i} поворотом против часовой стрелки на 90° .

1.

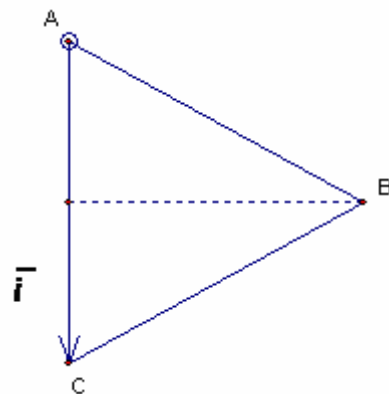


$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

2.

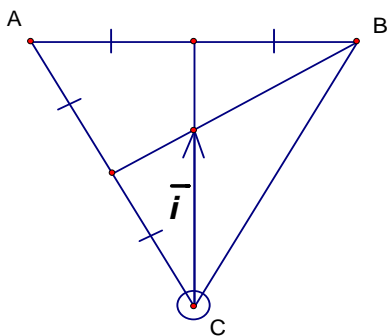


$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

3.

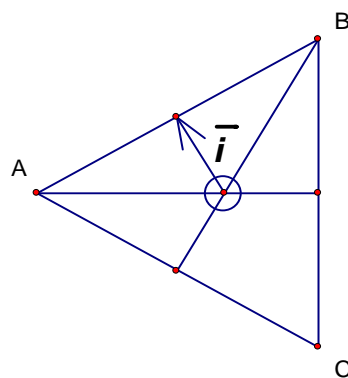


$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

4.



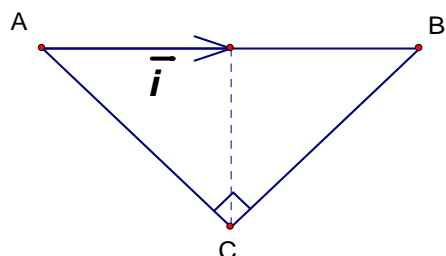
$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

Задание 2. Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} , если треугольник ABC прямоугольный равнобедренный, а базис состоит из векторов \bar{i} и \bar{j} , причём вектор \bar{j} получается из вектора \bar{i} поворотом против часовой стрелки на 90° .

1.

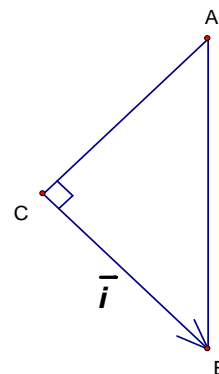


$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

2.

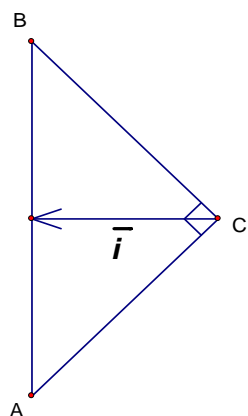


$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

3.



$$\overline{AB} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

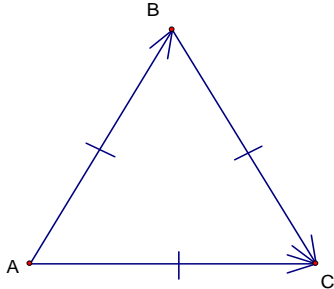
$$\overline{BC} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = (\quad)\bar{i} + (\quad)\bar{j}$$

Угол между векторами

Задание 1. Найдите величины углов между указанными парами заданных векторов

1.

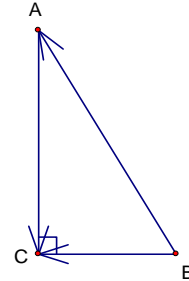


Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} :

Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} :

Угол между \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BC} :

2.

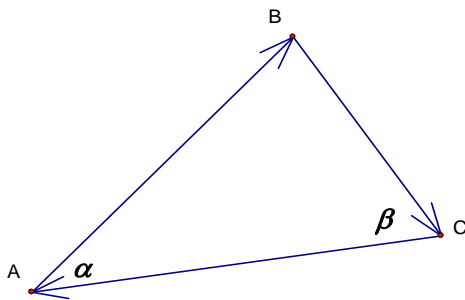


Угол между \overrightarrow{BA} и \overrightarrow{BC} :

Угол между \overrightarrow{BA} и \overrightarrow{AC} :

Угол между \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BC} :

3.

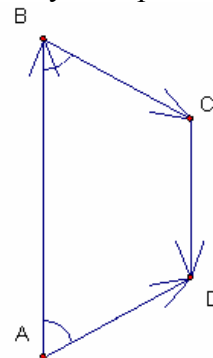


Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} :

Угол между \overrightarrow{CA} и \overrightarrow{BC} :

Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CA} :

5. Отмеченные углы трапеции равны 60°



Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} :

Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} :

Угол между \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} :

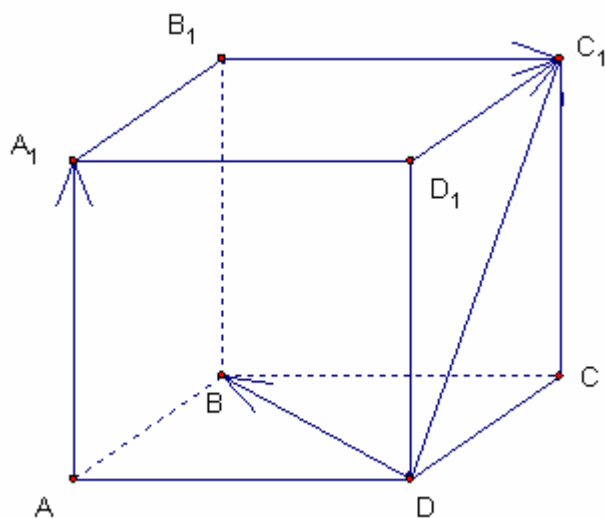
Угол между \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{CD} :

Угол между \overrightarrow{AD} и \overrightarrow{CD} :

Угол между \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{AD} :

Задание 2 (продолжение). Найдите величины углов между указанными парами заданных векторов

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб.



Угол между $\overline{AA_1}$ и $\overline{B_1C_1}$:

Угол между $\overline{AA_1}$ и \overline{DB} :

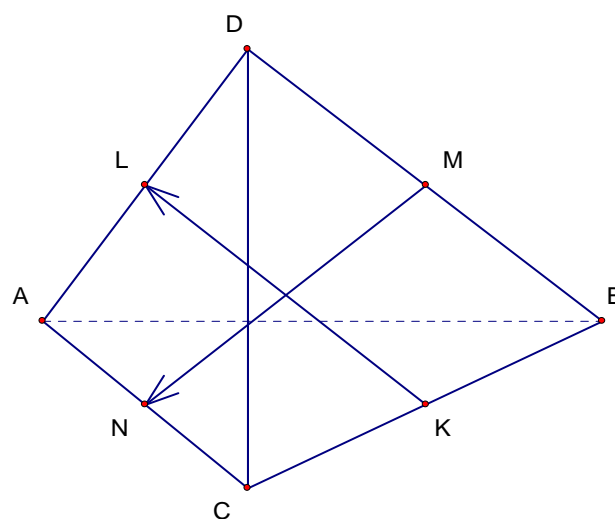
Угол между $\overline{AA_1}$ и $\overline{DC_1}$:

Угол между $\overline{B_1C_1}$ и $\overline{DC_1}$:

Угол между $\overline{B_1C_1}$ и \overline{DB} :

Угол между \overline{DB} и $\overline{DC_1}$:

6. $ABCD$ – правильный тетраэдр

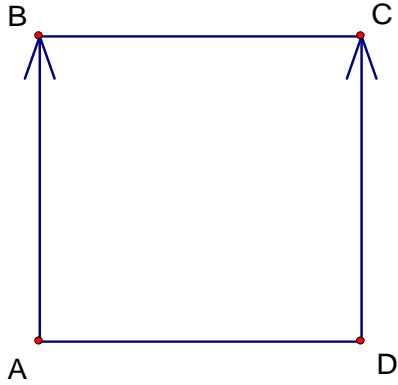


Угол между \overline{KL} и \overline{MN} :

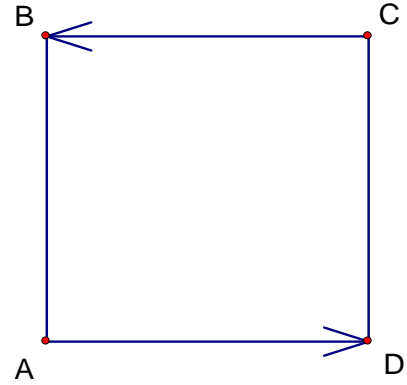
Скалярное умножение

Задание 1. ABCD – квадрат. $AB = 1$.

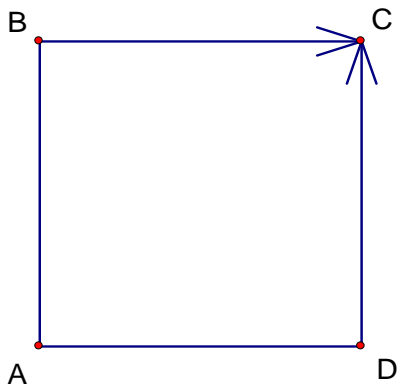
1. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$



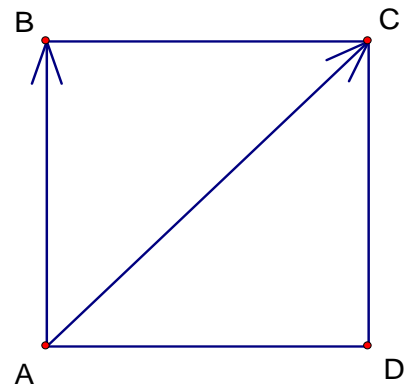
2. Вычислите $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$



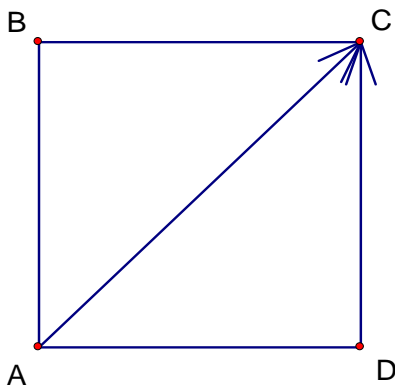
3. Вычислите $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC}$



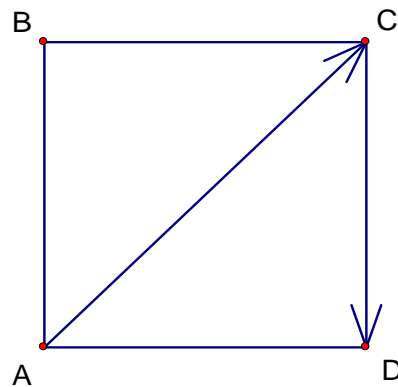
4. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$



5. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC}$

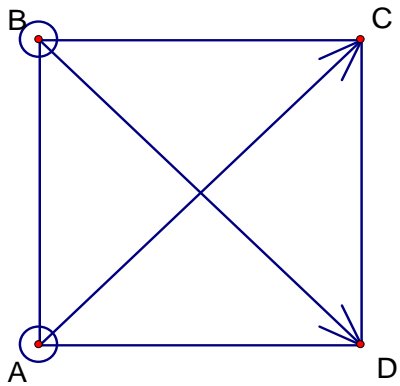


6. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$

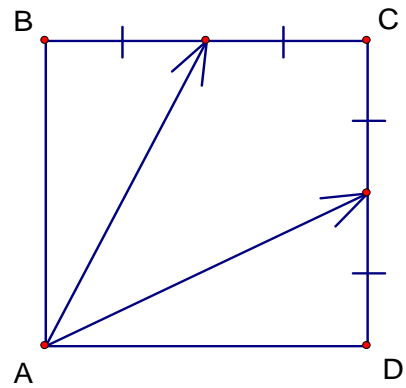


Задание 1 (продолжение). ABCD – квадрат. $AB = 1$.

3. Вычислите $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

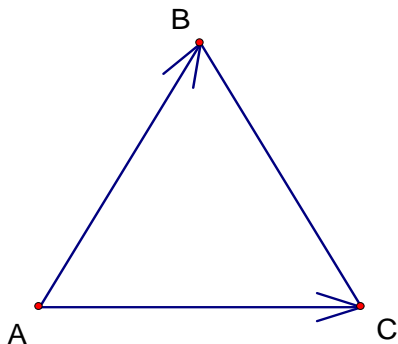


4. Вычислите $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AK}$, где M и K – середины отрезков соответственно BC и CD.

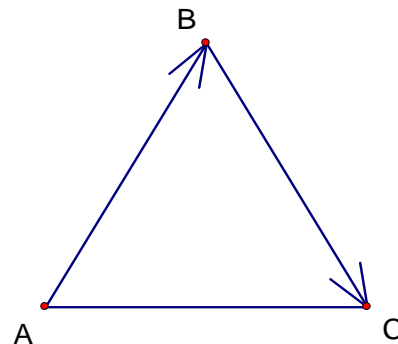


Задание 2. Треугольник ABC – равносторонний, $AB = 1$.

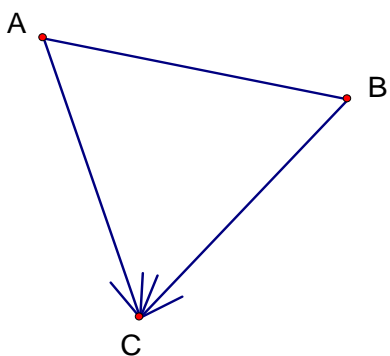
1. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$



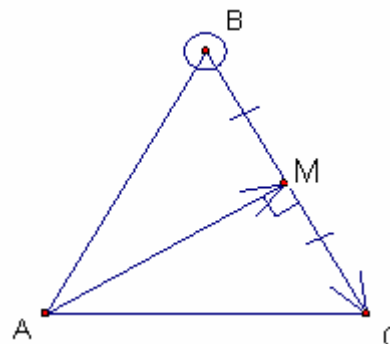
2. Вычислите $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$



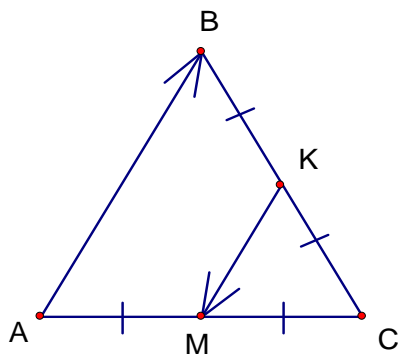
3. Вычислите $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$



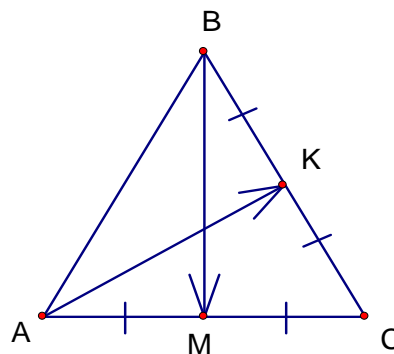
4. Вычислите $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$



5. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KM}$

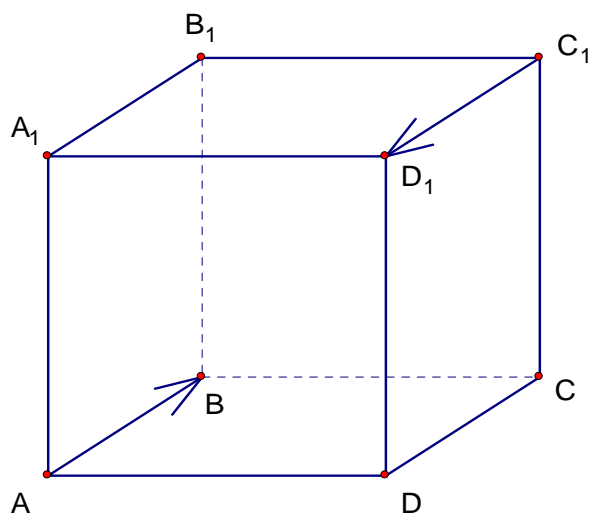


6. Вычислите $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BM}$

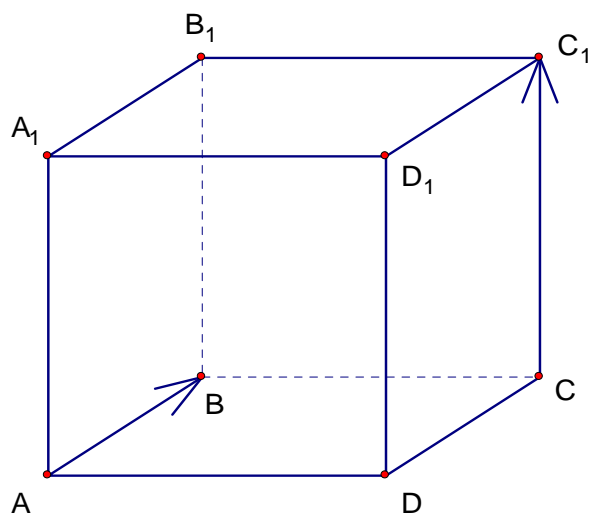


Задание 3. Вычислите для единичного куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ скалярное произведение указанных векторов.

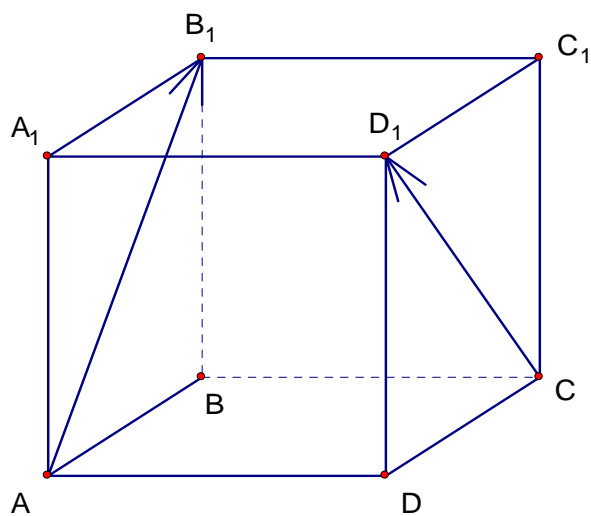
1. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C_1 D_1}$



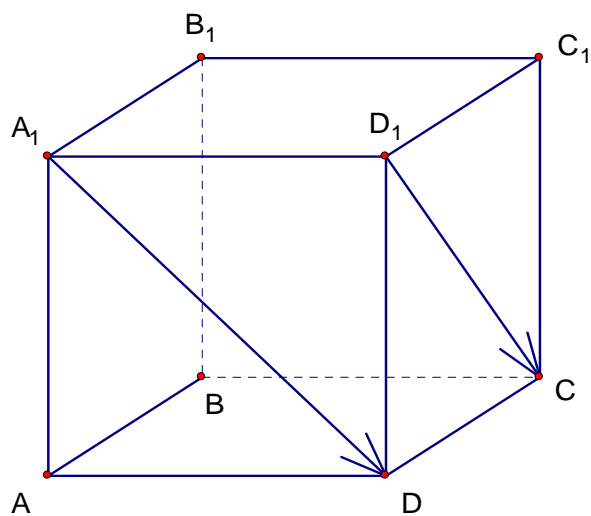
2. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC_1}$



3. Вычислите $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{CD_1}$

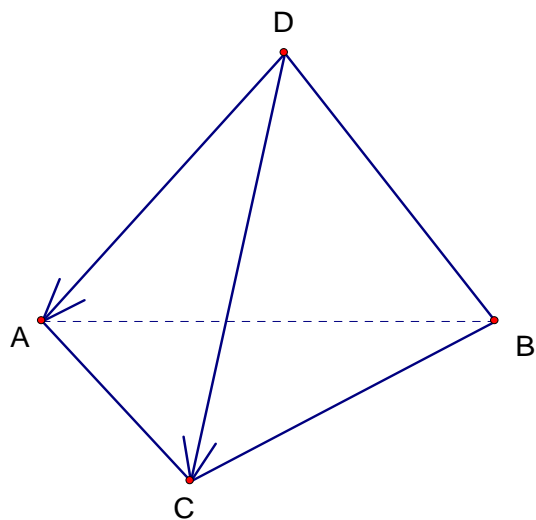


4. Вычислите $\overrightarrow{A_1 D} \cdot \overrightarrow{D_1 C}$

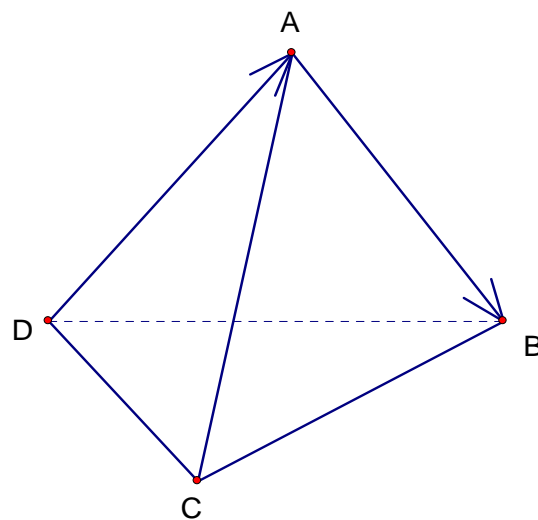


Задание 4. Вычислите скалярное произведение указанных векторов для правильного тетраэдра ABCD.

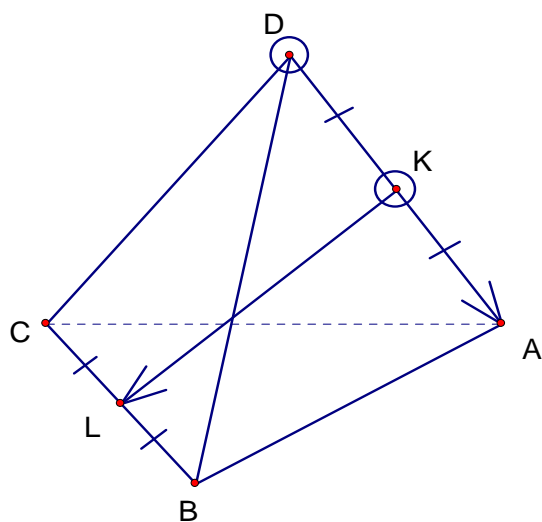
1. Вычислите $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$



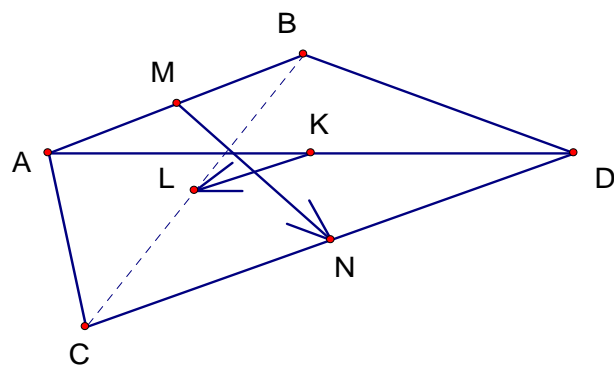
2. Вычислите $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$



3. Вычислите $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$

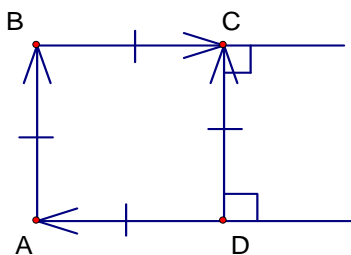


4. Вычислите $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$

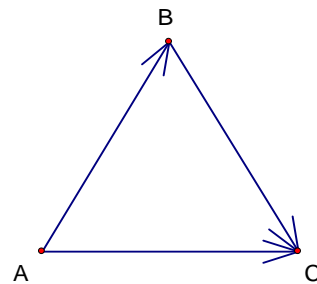


Задание 5. Найдите пару векторов, которая при умножении дает наибольшее число, и пару векторов, которая при умножении дает наименьшее число.

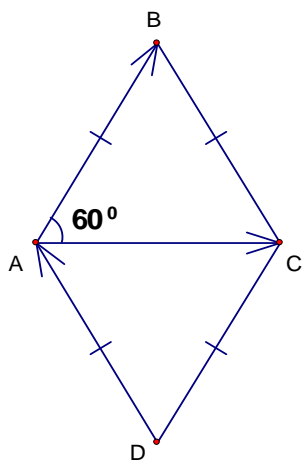
1.



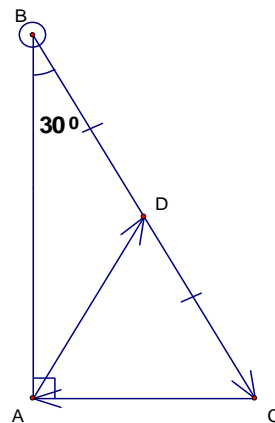
2.



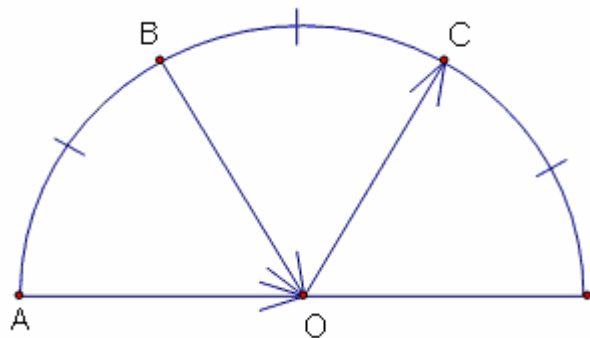
3.



4.



5.



6. ABCD – правильный тетраэдр

